Práctica 5

Lógica Modal Computacional

1er cuatrimestre, 2010

Ejercicio 1. Mostrar que el conjunto de todas las lógicas modales normales (en algún lenguaje fijo) ordenadas por la inclusión de conjuntos forman un reticulado completo. Esto es, probar que cada familia $\{\Delta_i \mid i \in I\}$ de lógicas tiene un ínfimo y un supremo. Un ínfimo es una lógica Δ tal que $\Delta \subseteq \Delta_i$ para todo $i \in I$, y para cualquier otra lógica Δ' que tiene esta propiedad, $\Delta' \subseteq \Delta$; el concepto de supremo se define en forma análoga.

Ejercicio 2. Mostrar que si Δ es una lógica consistente y Γ es un conjunto maximal consistente para Δ (Δ-MCS), entonces se cumplen las siguientes propiedades:

I. Γ está cerrado bajo modus ponens

II. $\Delta \subseteq \Gamma$

III. para toda fórmula φ: $\varphi \in \Gamma$ ó $\neg\varphi \in \Gamma$

IV. para toda fórmula φ, ψ: $\varphi \vee \psi \in \Gamma$ sii $\varphi \in \Gamma$ ó $\psi \in \Gamma$.

Mostrar además que si Σ y Γ son Δ-MCSs distintos, entonces hay al menos una fórmula φ tal que $\varphi \in \Sigma$ y $\neg\varphi \in \Gamma$.

Ejercicio 3. Sea Δ una lógica modal normal y w un conjunto maximal Δ-consistente tal que $\Diamond\varphi \in w$. Sea $v = \{\varphi\} \cup \{\psi \mid \Box\psi \in w\}$. Demostrar que v es Δ-consistente.

Ejercicio 4. Sea Δ una lógica modal normal y sean w, v dos conjuntos maximales Δ-consistentes y tal que para toda formula ψ, $\Box\psi \in w$ implica $\psi \in v$. Demostrar que $wR^{\Delta}v$.

Ejercicio 5. Sea 1.1 el axioma $\Diamond p \to \Box p$. Mostrar que **K1.1.** es correcta y fuertemente completa respecto de la clase de todos los modelos $\langle W, R, V\rangle$ tal que R es función parcial.

Ejercicio 6. Sea Δ la lógica normal temporal que contiene los axiomas $p \to GPp$ y $p \to HFp$. Mostrar que $R^{\Delta}_{P}xy$ sii $R^{\Delta}_{F}yx$.